ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ПОВТОРНО-ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЖЕНИЯХ

Букетов А.В., Кравцова Л.В., Богдан А.П.
Херсонская государственная морская академия (Украина)

Постановка задачи. Обеспечение экономичности и безопасности эксплуатации конструкций и деталей предъявляет определенные требования к надежности и долговечности используемых материалов. Поэтому полимерные композитные материалы (ПКМ) нашли широкое применение в современных конструкциях разного назначения. Их высокие удельные механические характеристики особенно необходимы в условиях эксплуатации оборудования с незначительной массой деталей и механизмов. Однако широкое применение ПКМ предполагает также решение ряда научно-технических проблем, связанных с их эксплуатацией. В частности, интересным с научной точки зрения является испытание образцов ПКМ на чистый изгиб при повторно-переменных нагружениях. Анализ этих испытаний с точки зрения математических методов теории случайных процессов позволит прогнозировать поведение ПКМ в процессе эксплуатации.

В работе проведили испытания образцов ЭКМ на четырехточечный изгиб при повторно-переменных нагружениях. Нагрузку на образец подавали до определенной величины деформации с шагом 0,05 мм, после чего образец разгружали с тем же шагом деформации. При этом для каждого узлового значения деформации фиксировали изменение нагрузки. Процесс повторно-переменных нагружений повторяли до момента разрушения образца. В результате эксперимента получили зависимость изменения нагрузки на образец от его деформации с учетом цикла.

Цель работы – определить вероятности пребывания образца эпоксидного композитного материала в различных состояниях при повторно-переменных нагружениях, а также вероятности разрушения образца при достижении им состояния пластичной деформации.

В рамках настоящей работы ограничимся формальным допущением того, что процессы, происходящие с ПКМ в процессе его деформации, являются марковскими, и на основе этого формализуем рассматриваемую задачу, используя методы теории марковских процессов. Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем называется непрерывной цепью Маркова при условии, что переход системы из состояния в состояние происходит не в фиксированные, а в случайные моменты времени.

Пусть $S_1, S_2, \ldots S_n$ – всевозможные состояния системы *S*. Вероятность $p_1(t) = p(S_i(t)), i = 1,\ldots n; t \geq 0$ события $S_i(t),$, состоящего в том, что система *S* в момент времени *t* находится в состоянии S_i, называется вероятностью *i*-ого состояния системы в момент времени *t*. Вероятность состояния $p_i(t)$ является, таким образом, вероятностной функцией времени $t \geq 0$.

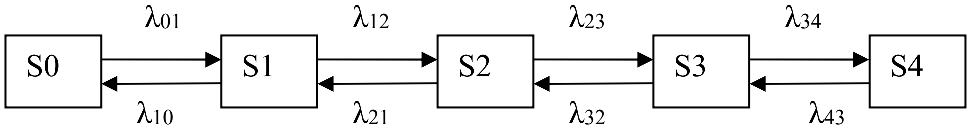
Вероятности состояний $p_1(t),\ i = 1,\ldots n$ (неизвестные вероятностные функции) находятся как решение следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = -\left(\sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}\right) p_i(t) + \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}\, p_j(t), i = 1,\ldots n; t \geq 0.$$

Система представляет собой систему *n* обыкновенных линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Эту систему называют системой дифференциальных уравнений Колмогорова.

В нашем случае составим систему Колмогорова по размеченному графу состояний.

Граф состояний имеет вид:



Здесь S_i - состояние системы, соответствующее пограничной деформации образца в момент снятия нагрузки; λij – интенсивность потока.

Система дифференциальных уравнений Колмогорова, составленная по графу состояний имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_1(t)}{dt} = -(\lambda_{10} + \lambda_{12})p_1(t) + \lambda_{01}p_0(t) + \lambda_{21}p_2(t) \\ \dfrac{dp_2(t)}{dt} = -(\lambda_{21} + \lambda_{23})p_2(t) + \lambda_{12}p_1(t) + \lambda_{32}p_3(t) \\ \dfrac{dp_3(t)}{dt} = -(\lambda_{32} + \lambda_{34})p_3(t) + \lambda_{23}p_2(t) + \lambda_{43}p_4(t) \\ \dfrac{dp_4(t)}{dt} = -\lambda_{43}p_4(t) + \lambda_{34}p_3(t) \end{cases}$$

Кроме того, учитываем нормировочное требование: $\sum_{i=0}^{n} p_i(t) = 1, \forall t \geq 0$.

Вероятности состояний могут быть получены путем решения системы линейных алгебраических уравнений, которые получают из дифференциальных уравнений Колмогорова. Если приравнять производные к нулю, а вероятностные функции состояний $P_1(t),\dots,P_n(t)$ в правых частях уравнений заменить соответственно на неизвестные вероятности $P_1,\dots,P_n$, тогда по результатам измерений получим систему линейных уравнений для определения вероятностей состояний с учетом нормировочного уравнения. Систему решили матричным методом. В нашем случае решением системы будут значения вероятностей состояний системы $P_0, P_1, \dots P_4$.

Таким образом, получили следующие вероятности пребывания системы:

- в состоянии $S_0 - p_0$ = 0,055;
- в состоянии $S_1 - p_1$ = 0,0811;
- в состоянии $S_2 - p_2$ = 0,1283;
- в состоянии $S_3 - p_3$ = 0,2207;
- в состоянии S_4, предшествующем разрушению, p_4 = 0,5150.

Выводы. Методом теории случайных процессов установлены вероятности пребывания системы в различных состояниях, а также вероятность разрушения образца при достижении состояния пластической деформации. Разработанная модель дает возможность анализировать и прогнозировать свойства, а также оценить поведение эпоксидных композитных материалов под действием повторно-переменной нагрузки и на основе этих результатов предотвратить преждевременное разрушение.