УДК 681.5
А.В. Букетов, Л.В. Кравцова, А.П. Пірог
Херсонська державна морська академія

ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕПОКСИДНИХ КОМПОЗИТНИХ СИСТЕМ

Розроблено математичну модель для прогнозування властивостей гетерогенних композитних систем. Для отримання апріорної інформації про досліджувану систему використано її основні властивості, які різнобічно характеризують об'єкт. На наступному етапі проведено серію експериментів і побудовано математичну залежність однієї з властивостей системи у вигляді функції від інших відомих характеристик, перевірено адекватність моделі до експериментальних даних.

Постановка задачі. Одним з найважливіших завдань комп'ютерного матеріалознавства є моделювання складних систем на основі спостереження і наступної апріорної інформації про вплив зовнішніх факторів на поведінку об'єкта. Моделювання необхідне для того, щоб дізнатися про структуру і функції складного об'єкта (завдання ідентифікації) і визначити відповідні засоби активного впливу на нього (завдання керування). При цьому незважаючи на об'єм інформації про об'єкт, проводять моделювання його майбутньої поведінки (задачі прогнозування або екстраполяції) [1].

Цікавим, з наукової і практичної точки зору, є прогнозування не лише якісних показників, але й кількісне (інтервальне) прогнозування процесів, при якому вказують рівні (інтервал зміни) факторів чи діапазон їх впливу. Завдання кількісного прогнозування, при відповідній складності досліджуваної системи, є виключно складним і, як показують результати останніх досліджень, це завдання на сьогодні у достатній мірі ще не вирішено [2].

Широко поширені при реалізації процесу ідентифікації об'єктів такі методи, як суб'єктивний системний аналіз та імітаційне моделювання, ґрунтуються на дедуктивному підході. Такий підхід зумовлює глибоке вивчення структури об'єктів моделювання для розвитку теоретичних уявлень розробника моделі і накопичення достатнього об'єму апріорної інформації. При цьому об'єм відомостей про структуру об'єкта моделювання повинен бути таким, щоб можна було б:

- сформувати достовірні математичні співвідношення, які описували б взаємозв'язок між усіма значущими елементами системи;
- вибрати оптимальну область моделювання (кількість обмежень).

При використанні імітаційних методів моделювання необхідно глибоко вивчати та аналізувати структуру об'єкта моделювання і водночас мати великий об'єм апріорної інформації про поведінку об'єкта у різних умовах впливу факторів зовнішнього середовища [3]. Зокрема, при побудові моделі досить часто необхідно мати дані про поведінку складних об'єктів і систем в умовах низького рівня завад, результати про нормальний розподіл відхилень, що зумовлює проведення аналізу великих вибірок даних.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Методи самоорганізації математичних моделей ефективно використовують при ідентифікації і подальшому прогнозуванні поведінки об'єктів, оскільки їх принцип дії ґрунтується на виборі оптимального варіанту побудови алгоритму досягнення мети за зовнішніми критеріями. Зокрема, при побудові моделі складних об'єктів, у тому числі і гетерогенних композитних систем, яка враховує значну кількість критеріїв (або деякий комбінований критерій), необхідно використовувати принцип регуляризації, тобто – однозначність вибору і підвищення адекватності моделі до властивостей реальних систем. У цілому використання методів самоорганізації математичних моделей забезпечує вирішення задачі завадостійкого об'єктивного вибору моделі з оптимальною складністю. У цьому випадку задачу вирішують за допомогою відкидання незначущих варіантів побудови моделі згідно заданої ієрархії зовнішніх критеріїв, які попередньо вибрано експертом моделі.

При цьому зауважимо, що не слід вважати непридатним, при моделюванні і прогнозуванні поведінки системи у вибраних умовах впливу зовнішнього середовища, того чи іншого методу ідентифікації. Практика показує, що такі етапи ідентифікації, як вибір алгоритму моделювання, розширення початкової множини змінних (зокрема, використання приростів і сум), вибір множини опорних функцій і класів рівнянь, як правило, завжди дозволяють отримувати достатньо точні результати. Знаючи загальні прийоми моделювання та прогнозування і використовуючи широкий спектр алгоритмів та методів моделювання, на кожному етапі ідентифікації завжди потрібно експериментувати для отримання адекватної до реальної поведінки об'єкта складної моделі [4, 5].

На попередньому етапі проведено експериментальні дослідження фізико-механічних і теплофізичних властивостей епоксидних композитних матеріалів. Епоксидні композити формували на основі епоксидного олігомера ЕД-20 (100 мас.ч.), який затверджували твердником ПЕПА (10 мас.ч.). Поетапно до епоксидного зв'язувача додавали наповнювач (частки карбіду кремнію SiC) у кількості від 20 до 120 мас.ч. з кроком 20 мас.ч. Далі затверджували композити і досліджували їх властивості [6]. У даній роботі було досліджено такі властивості матеріалів (рис. 1).

Можна стверджувати, що фізико-механічні і теплофізичні властивості композитів залежать від властивостей структури, які, у нашому випадку, визначаються такими характеристиками як гель-фракція та залишкові напруження. З точки зору фізико-хімії полімерів можна вважати, що наведені вище властивості одного і того ж композиту є опосередковано взаємозалежними. Виходячи з цього, актуальним на сьогодні є об'єднання залежностей наведених вище властивостей матеріалів (наприклад, від вмісту часток наповнювача у епоксидному зв'язувачі) у математичну модель з метою прогнозування поведінки композитів під впливом зовнішніх факторів. З іншого боку, цікавим і перспективним з наукової і практичної точки зору, є моделювання і прогнозування властивостей матеріалів (наприклад, залежності теплостійкості від вмісту наповнювача) коли є відомими інші опосередковано взаємозалежні з даною характеристикою властивості.

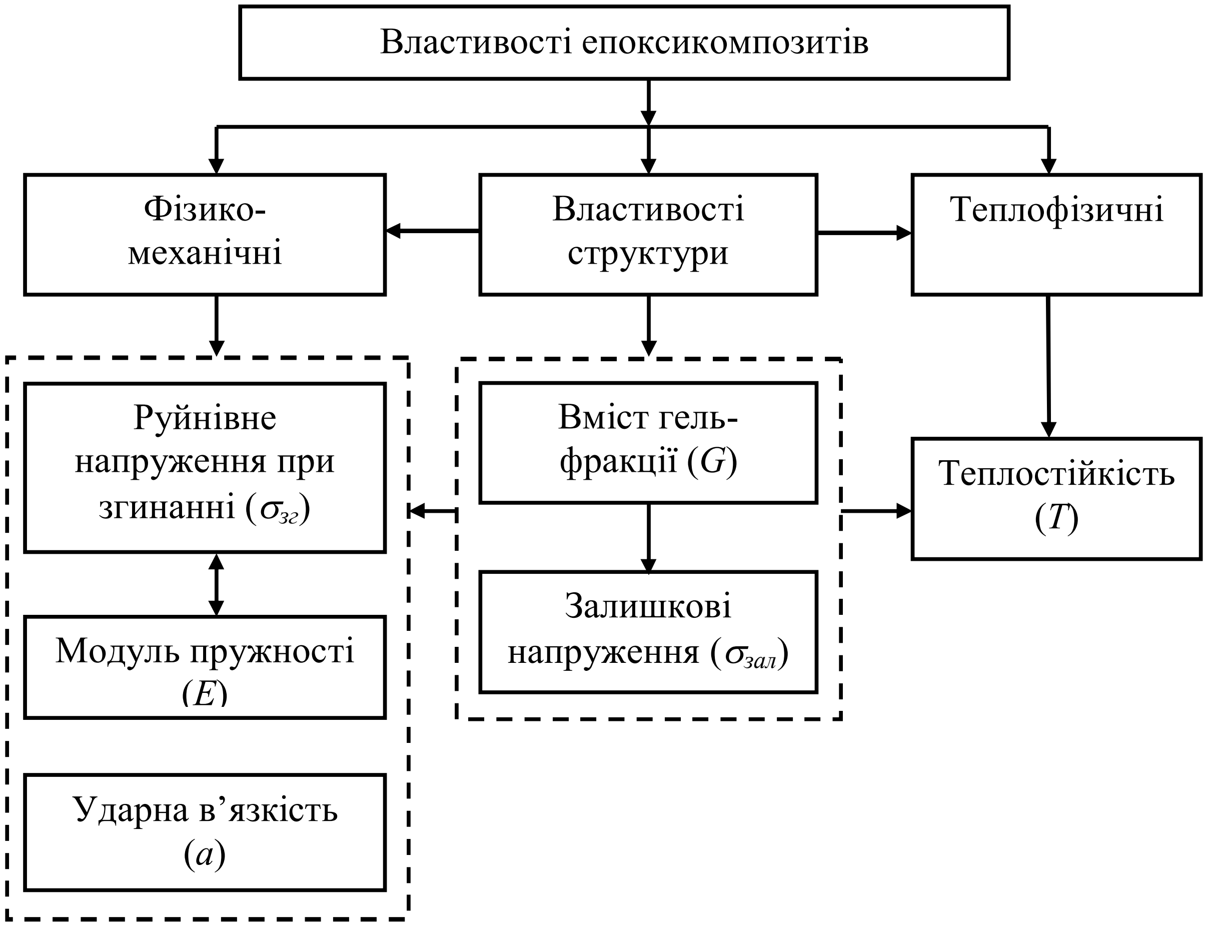


Рис. 1. Схема взаємозв'язку властивостей композитних матеріалів

Мета роботи – використовуючи методи математичного програмування розробити математичну модель для прогнозування властивостей гетерогенних композитних систем, провести експеримент і перевірити адекватність моделі до експериментальних даних.

Обговорення результатів. Роботу виконували у декілька послідовних етапів.

Задача 1. В результаті серії експериментів отримали таблицю залежностей п'яти функцій аргументу $\boldsymbol{x}$: $y_1 = f_1(x)$, $y_2 = f_2(x)$, $y_3 = f_3(x)$, $y_4 = f_4(x)$, $y_5 = f_5(x)$. Необхідно побудувати аналітичну залежність значень останнього рядка таблиці від п'яти попередніх: $f_6 = F(f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x), f_5(x))$.

Таблиця 1

Залежність властивостей композитних матеріалів від вмісту наповнювача карбіду кремнію

Властивості	**Значення аргументу (x)**						
	0	20	40	60	80	100	120
$F_1(x) = G$, %	95,15	96,4	96,8	97,3	96,9	96,8	96
$F_2(x) = \sigma_{зал}$, МПа	7,2	3,3	3,8	4,1	3,8	5,3	5,2
$F_3(x) = \sigma_{зг}$, МПа	33,5	77,5	87	90	110,2	114,5	104
$F_4(x) = E$, ГПа	3,62	5,01	5,16	5,21	5,17	5,82	5,68
$F_5(x) = a$, кДж/м^2	6,31	8,68	9,15	9,7	9,83	9,43	8,81
$F_6 = T$, K	359	378	385	387,5	394,5	401	398

Слід зауважити, що усі табличні значення функцій f_1 - f_6 є випадковими величинами, оскільки при реалізації будь-якого реального процесу суттєво впливають зовнішні фактори, тому немає необхідності вимагати співпадання табличних значень функції і значень, які відповідають аналітичній функції $f_6=F(f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x), f_5(x))$.

Рішення задачі.

Оскільки функції $y_1 = f_1(x)$, $y_2 = f_2(x)$, $y_3 = f_3(x)$, $y_4 = f_4(x)$, $y_5 = f_5(x)$, $y_6 = f_6(x)$ задано у вигляді таблиці, апроксимуємо кожну з них поліномом 4-го степеня, використовуючи можливості ***MS Excel 2003***, а саме, побудуємо графіки кожної з функцій (рис. 2-7):

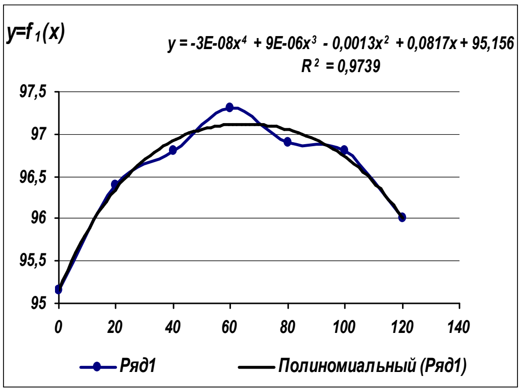


Рис. 2. Графік залежності $y_1 = f_1(x)$, її аналітичний вигляд і рівень достовірності: R^2=0.97

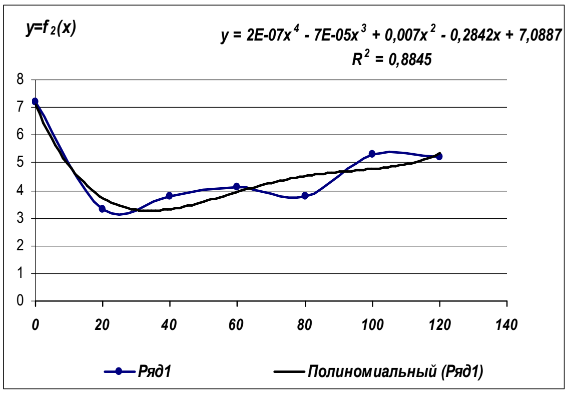


Рис. 3. Графік залежності $y_2 = f_2(x)$, її аналітичний вигляд і рівень достовірності: R^2=0.88

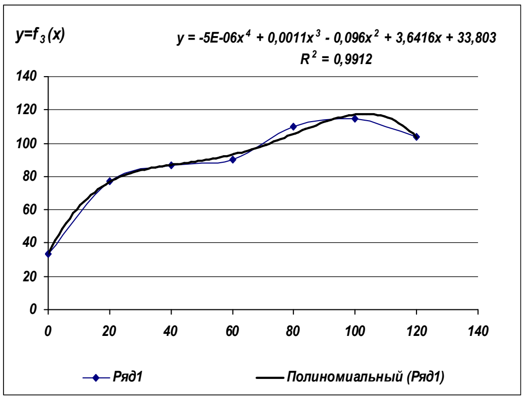


Рис. 4. Графік залежності $y_3 = f_3(x)$, її аналітичний вигляд і рівень достовірності: R^2=0.99

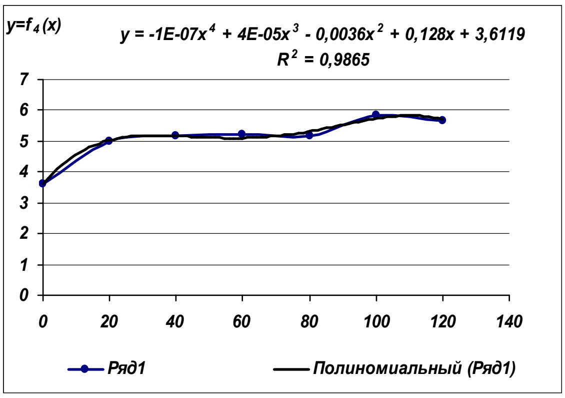


Рис. 5. Графік залежності $y_4 = f_4(x)$, її аналітичний вигляд і рівень достовірності: R^2=0.99

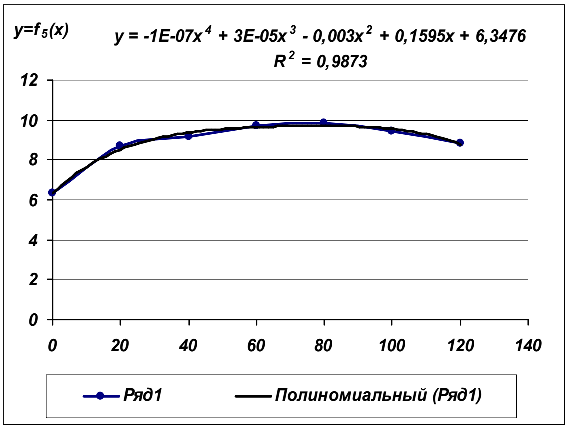


Рис. 6. Графік залежності $y_5 = f_5(x)$, її аналітичний вигляд і рівень достовірності: R^2=0.99

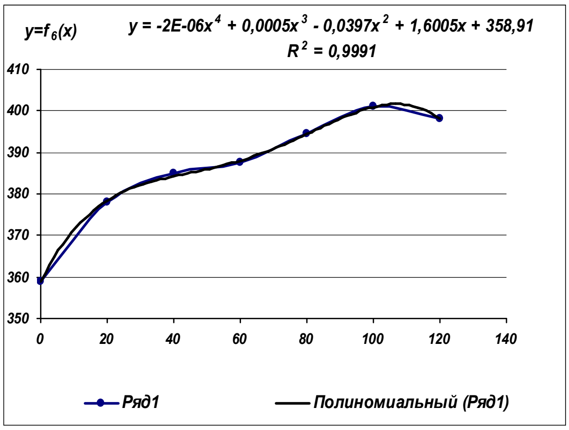


Рис. 7. Графік залежності $y_6 = f_6(x)$, її аналітичний вигляд і рівень достовірності: R^2=0.999

Для вирішення поставленої задачі пропонується метод, що ґрунтується на моделях математичного програмування [7]. За умовами задачі 1 побудуємо математичну модель. У нашому випадку найбільш доцільно розглянути модель лінійного програмування [8, 9].

Спочатку зазначимо деякі необхідні положення.

Характерні риси завдань лінійного програмування наступні:

1) показник оптимальності L(X) є лінійною функцією від елементів рішення $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$;

2) обмежувальні умови, що накладаються на можливі розв’язки, мають вигляд лінійних рівностей або нерівностей.

Загальна форма запису моделі завдання лінійного програмування.

Цільова функція (ЦФ) $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \rightarrow \max(\min)$, *(1)*

при обмеженнях

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \le (\ge, =) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \le (\ge, =) b_2 \\ \quad\quad\quad\quad ... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \le (\ge, =) b_m \\ x_1, x_2, ... x_k \ge 0 \, (\mathrm{k} \le \mathrm{n}). \end{cases} \quad (2)$$

Допустиме рішення - це сукупність чисел (план) $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$, що задовольняють обмеженням задачі.

Оптимальне рішення - це план, при якому ЦФ приймає своє максимальне (мінімальне) значення.

Але у деяких випадках у якості цільової функції можна розглянути не екстремальне, а конкретне числове значення.

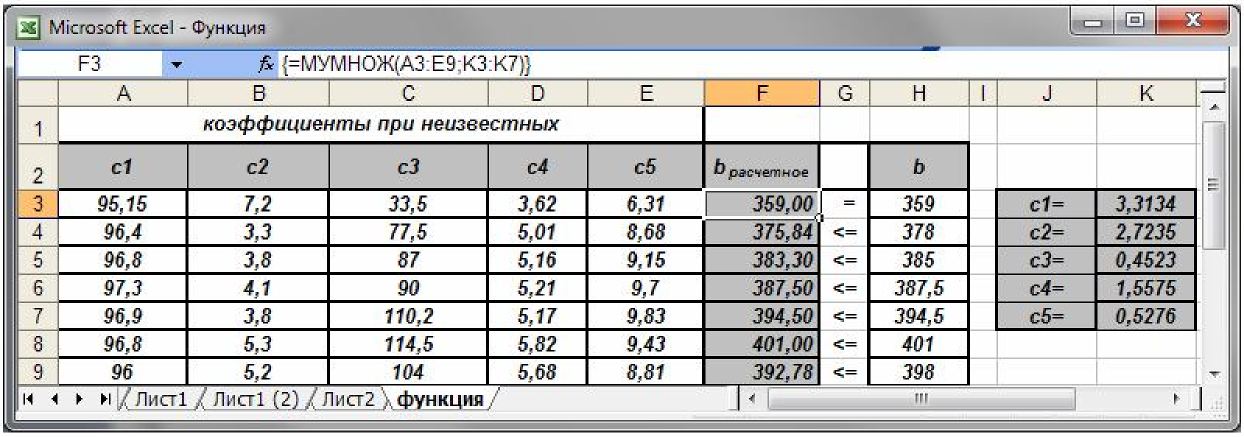
Тепер використаємо пропонований метод. Отож, для отримання аналітичної залежності представимо шукану функцію f_6 як лінійну комбінацію значень функцій ($f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x), f_5(x)$), заданих у табличній формі:

$$f_6 = c_1 \cdot f_1(x) + c_2 \cdot f_2(x) + c_3 \cdot f_3(x) + c_4 \cdot f_4(x) + c_5 \cdot f_5(x) \quad (3)$$

Коефіцієнти c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 необхідно визначити. У якості функцій $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x), f_5(x)$ будемо використовувати відомі табличні значення:

$$\begin{cases} 95.15c_1 + 7.2c_2 + 33.5c_3 + 3.62c_4 + 6.31c_5 = 359 \\ 96.4c_1 + 3.3c_2 + 77.5c_3 + 5.01c_4 + 8.68c_5 \le 378 \\ 96.8c_1 + 3.8c_2 + 87c_3 + 5.16c_4 + 9.15c_5 \le 385 \\ 97.3c_1 + 4.1c_2 + 90c_3 + 5.21c_4 + 9.7c_5 \le 387.5 \\ 96.9c_1 + 3.8c_2 + 110.2c_3 + 5.17c_4 + 9.83c_5 \le 394.5 \\ 96.8c_1 + 5.3c_2 + 114.5c_3 + 5.82c_4 + 9.43c_5 \le 401 \\ 96c_1 + 5.2c_2 + 104c_3 + 5.68c_4 + 8.81c_5 \le 398 \end{cases} \qquad (4)$$

Отримана система має п’ять невідомих, які необхідно визначити, і сім співвідношень. Першу рівність з наведеного спектру співвідношень будемо використовувати у якості цільової функції, а інші нерівності – у якості системи обмежень. Рішення системи (4) знаходили за допомогою модуля «Поиск решения» електронних таблиць ***MS Excel***, внаслідок чого отримали оптимальне значення параметрів системи c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 (рис. 8):



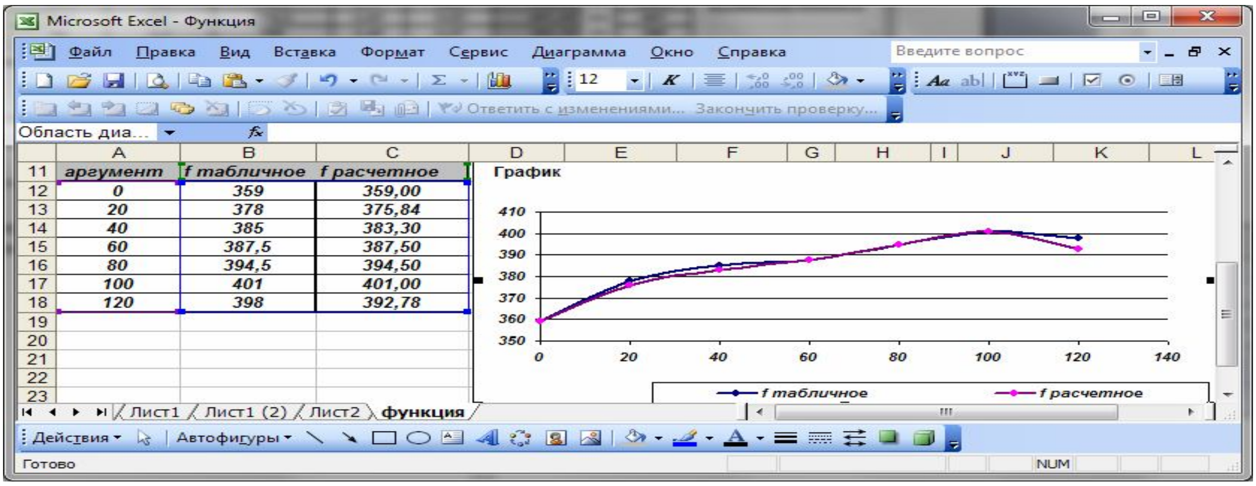
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	коэффициенты при неизвестных										
2	c1	c2	c3	c4	c5	b расчетное		b			
3	95,15	7,2	33,5	3,62	6,31	359,00	=	359		c1=	3,3134
4	96,4	3,3	77,5	5,01	8,68	375,84	<=	378		c2=	2,7235
5	96,8	3,8	87	5,16	9,15	383,30	<=	385		c3=	0,4523
6	97,3	4,1	90	5,21	9,7	387,50	<=	387,5		c4=	1,5575
7	96,9	3,8	110,2	5,17	9,83	394,50	<=	394,5		c5=	0,5276
8	96,8	5,3	114,5	5,82	9,43	401,00	<=	401			
9	96	5,2	104	5,68	8,81	392,78	<=	398			

Рис. 8. Отримання оптимального рішення

Таким чином, оптимальне рішення має вигляд: c_1***=3,3134,*** c_2***=2,7236,*** c_3***=0,4523,*** c_4***=1,5575,*** c_5***=0,5276,*** тобто шукана функціональна залежність виглядає наступним чином:

$$f_6 = 3,3134\, f_1(x) + 2,7236\, f_2(x) + 0,4523 f_3(x) + 1,5575\, f_4(x) + 0,5276\, f_5(x) \qquad (5)$$

Надалі для значень аргументу (табл. 1) ***0, 20, 40, 60, 80, 100, 120*** побудуємо графіки табличної і аналітичної залежності (рис. 9). Як бачимо, аналітична функція (5) дійсно оптимально відтворює функцію f_6, задану таблицею 1.



	A	B	C
11	аргумент	f табличное	f расчетное
12	0	359	359,00
13	20	378	375,84
14	40	385	383,30
15	60	387,5	387,50
16	80	394,5	394,50
17	100	401	401,00
18	120	398	392,78

Рис. 9. Графіки табличної та розрахункової залежностей

Оскільки значення у табл. 1 мають випадковий характер, внесемо зміни у систему обмежень (4). Будемо виходити з того, що числове значення кожного з співвідношень лівої частини системи обмежено інтервалом, який визначається відхиленням $\pm 2\,\%$ відносно експериментальних значений правої частини системи (4) (оцінка мінімально і максимально можливого значення елементів правої частини):

$$\begin{cases} 359\cdot 0.98 \le 95.15c_1+7.2c_2+33.5c_3+3.62c_4+6.31c_5 \le 359\cdot 1.02 \\ 378\cdot 0.98 \le 96.4c_1+3.3c_2+77.5c_3+5.01c_4+8.68c_5 \le 378\cdot 1.02 \\ 385\cdot 0.98 \le 96.8c_1+3.8c_2+87c_3+5.16c_4+9.15c_5 \le 385\cdot 1.02 \\ 387.5\cdot 0.98 \le 97.3c_1+4.1c_2+90c_3+5.21c_4+9.7c_5 \le 387.5\cdot 1.02 \\ 398.5\cdot 0.98 \le 96.9c_1+3.8c_2+110.2c_3+5.17c_4+9.83c_5 \le 394.5\cdot 1.02 \\ 401\cdot 0.98 \le 96.8c_1+5.3c_2+114.5c_3+5.82c_4+9.43c_5 \le 401\cdot 1.02 \\ 398\cdot 0.98 \le 96c_1+5.2c_2+104c_3+5.68c_4+8.81c_5 \le 398\cdot 1.02 \end{cases} \qquad (6)$$

Внесемо зміни в модуль «Поиск решения» електронних таблиць ***MS Excel*** (рис. 10, рис. 11).

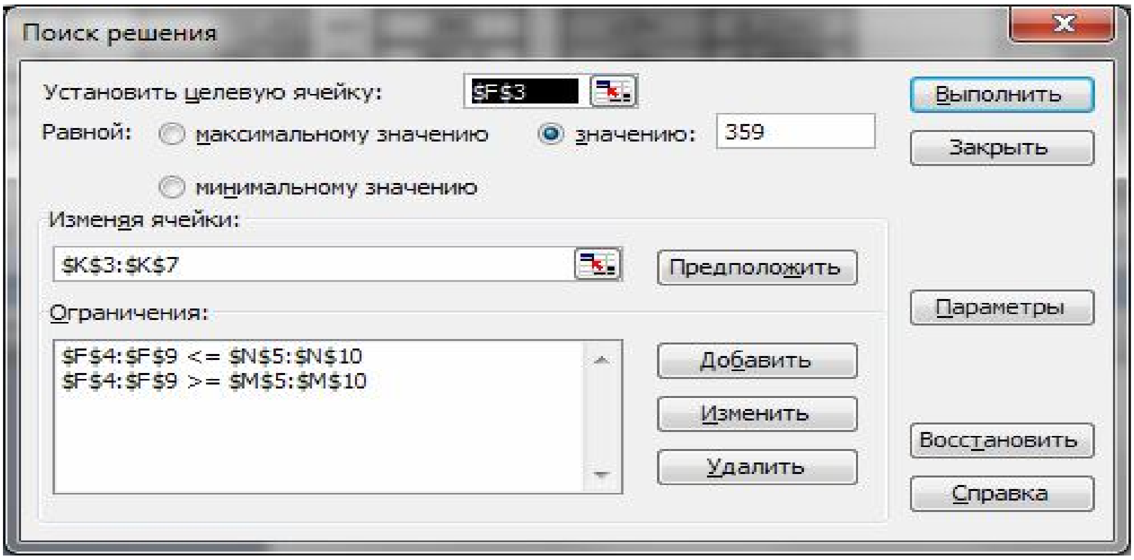
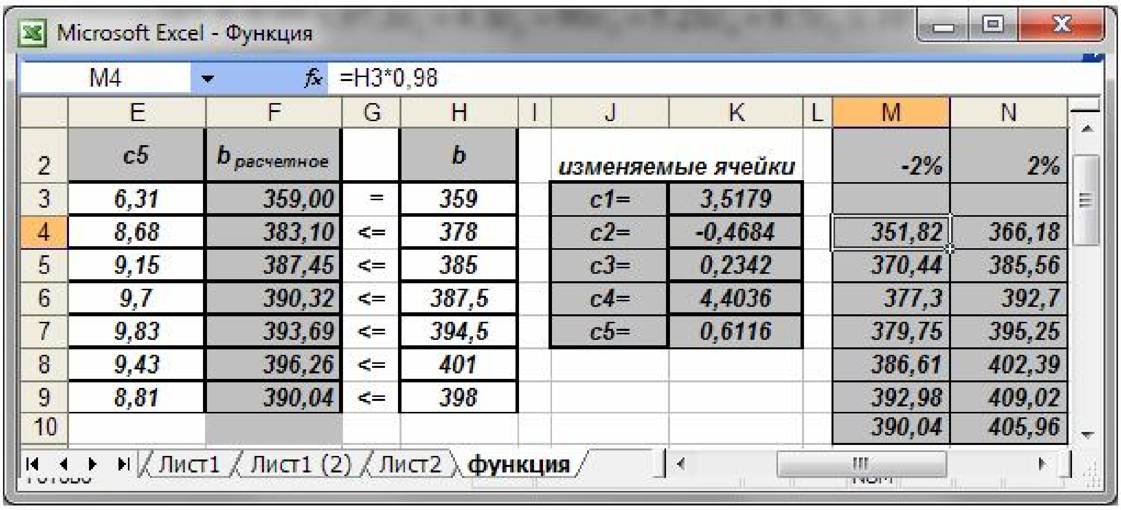


Рис. 10. Внесення змін у модуль «Поиск решения»



	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
2	c5	b расчетное		b		изменяемые ячейки			-2%	2%
3	6,31	359,00	=	359		c1=	3,5179			
4	8,68	383,10	<=	378		c2=	-0,4684		351,82	366,18
5	9,15	387,45	<=	385		c3=	0,2342		370,44	385,56
6	9,7	390,32	<=	387,5		c4=	4,4036		377,3	392,7
7	9,83	393,69	<=	394,5		c5=	0,6116		379,75	395,25
8	9,43	396,26	<=	401					386,61	402,39
9	8,81	390,04	<=	398					392,98	409,02
10									390,04	405,96

Рис. 11. Отримання оптимальних значень параметрів c1…c5 у модулі «Поиск решения» із врахуванням нових умов

Таким чином, оптимальне рішення має вигляд: $\boldsymbol{c_1=3{,}5179}$, $\boldsymbol{c_2=-0{,}4684}$, $\boldsymbol{c_3=0{,}2342}$, $\boldsymbol{c_4=4{,}4036}$, $\boldsymbol{c_5=0{,}6116}$, тобто функціональна залежність (6) виглядає наступним чином:

$$f_6 = 3{,}5179\, f_1(x) - 0{,}4684\, f_2(x) + 0{,}2342 f_3(x) + 4{,}4036\, f_4(x) + 0{,}6116\, f_5(x) \qquad (7)$$

З графіка (рис. 12) видно, що найточніше аналітична функція апроксимує табличну у інтервалі (40; 80). Обчислимо середньоквадратичне відхилення розрахункових значень функції (7) від табличних (стрічка $\boldsymbol{f_6}$ у табл. 1) (рис. 13).

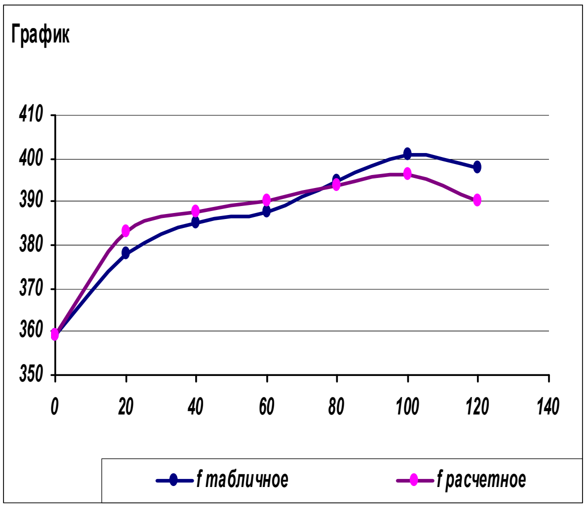
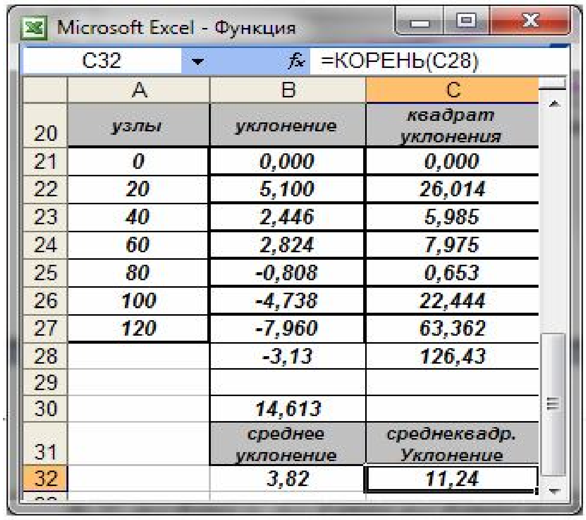


Рис. 12. Графіки розрахункових і табличних значень функції $\boldsymbol{f_6}$


Microsoft Excel - Функция

C32 =КОРЕНЬ(C28)

	A	B	C
20	узлы	уклонение	квадрат уклонения
21	0	0,000	0,000
22	20	5,100	26,014
23	40	2,446	5,985
24	60	2,824	7,975
25	80	-0,808	0,653
26	100	-4,738	22,444
27	120	-7,960	63,362
28		-3,13	126,43
29			
30		14,613	
31		среднее уклонение	среднеквадр. Уклонение
32		3,82	11,24

Рис. 13. Розрахунок середньоквадратичного відхилення

Середньоквадратичне відхилення $\boldsymbol{\sigma}$ = 11,24, що складає 2,8 % від табличних значень функції. Таким чином, з вірогідністю 97,2 % можна стверджувати, що аналітична функція адекватно апроксимує табличну.

Задача 2. Нехай у табл. 1 відомим у останній стрічці ($\boldsymbol{f_6}$) є лише перше значення, що відповідає аргументу x=0: $\boldsymbol{f_6(x_1)=359}$. У цьому випадку, виходячи з мінімально можливої кількості експериментальних результатів (відомим є лише значення аргументу у початковій точці x=0), слід розробити модель, яка буде ілюструвати прогнозовані властивості матеріалів, залежно від кількості наповнювача.

Рішення задачі.

Виходячи з апріорної інформації про теплофізичні властивості гетерогенних епоксидних композитних матеріалів будемо вважати, що інші значення цієї стрічки змінюються у інтервалі [359, 400]. Тоді система обмежень буде мати вигляд:

$$\begin{cases} 359 \le 95.15c_1 + 7.2c_2 + 33.5c_3 + 3.62c_4 + 6.31c_5 \le 400 \\ 359 \le 96.4c_1 + 3.3c_2 + 77.5c_3 + 5.01c_4 + 8.68c_5 \le 400 \\ 359 \le 96.8c_1 + 3.8c_2 + 87c_3 + 5.16c_4 + 9.15c_5 \le 400 \\ 359 \le 97.3c_1 + 4.1c_2 + 90c_3 + 5.21c_4 + 9.7c_5 \le 400 \\ 359 \le 96.9c_1 + 3.8c_2 + 110.2c_3 + 5.17c_4 + 9.83c_5 \le 400 \\ 359 \le 96.8c_1 + 5.3c_2 + 114.5c_3 + 5.82c_4 + 9.43c_5 \le 400 \\ 359 \le 96c_1 + 5.2c_2 + 104c_3 + 5.68c_4 + 8.81c_5 \le 400 \end{cases} \qquad (8)$$

Рішення реалізуємо у модулі «Поиск решения» ***MS Excel*** (рис. 14).

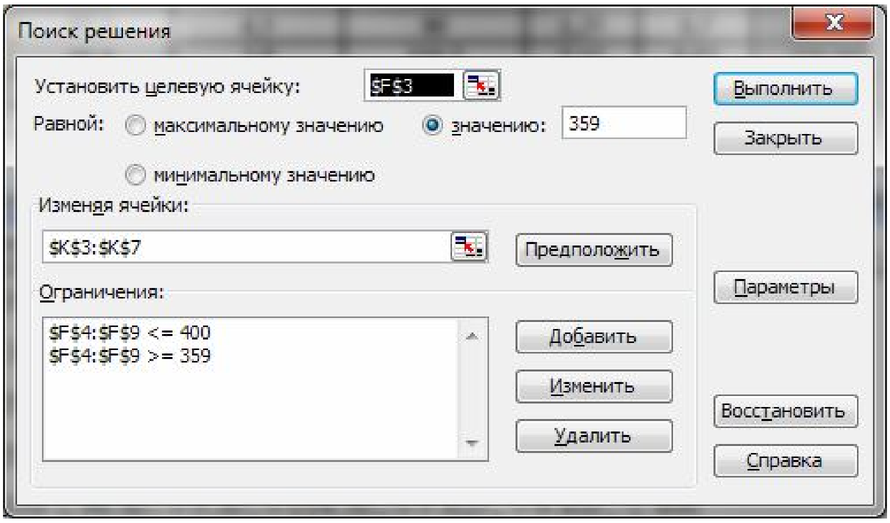
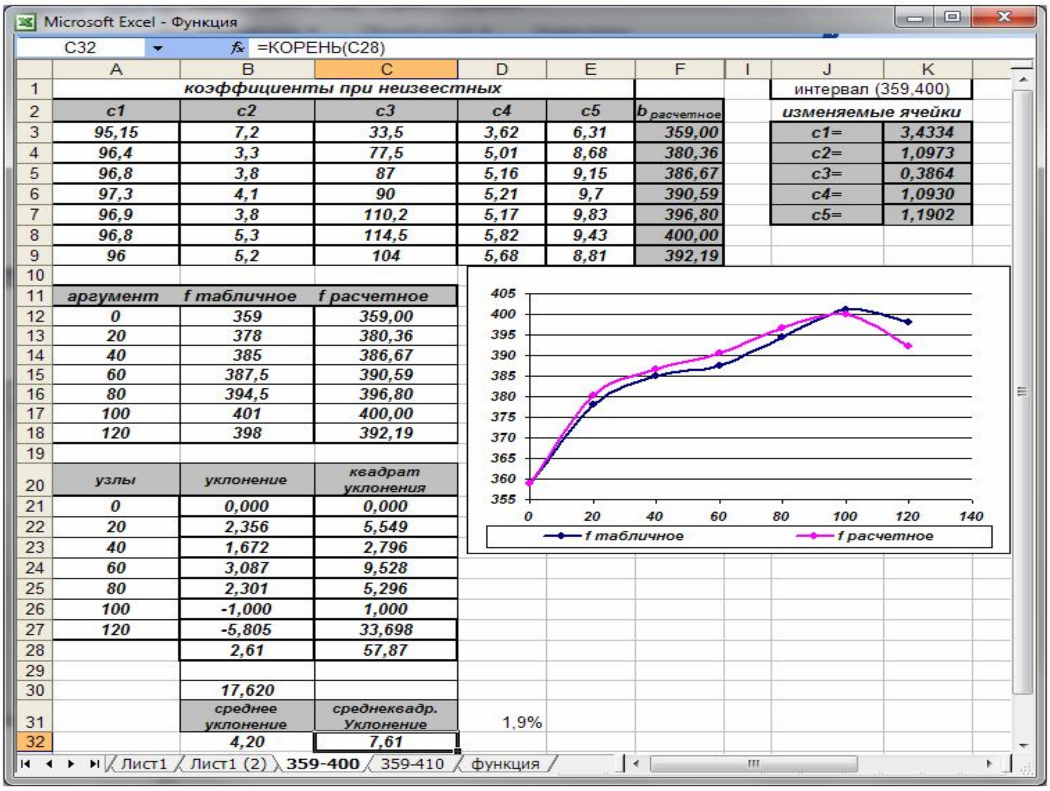


Рис. 14. Зміна обмежень у модулі «Поиск решения»

На скріншоті (рис. 15) наведено розрахункові значення функції f_6, параметри залежності c1…c6, графіки розрахункової та табличної залежності і значення середньоквадратичного відхилення; похибка апроксимації складає 1,9 %.

За даними умовами, оптимальне рішення має вигляд: $c_1=3{,}4334$, $c_2=1{,}0973$, $c_3=0{,}3864$, $c_4=1{,}0930$, $c_5=1{,}1902$, тобто функціональна залежність (1) виглядає наступним чином:

$$f_6 = 3{,}4334\, f_1(x) + 1{,}0973\, f_2(x) + 0{,}3864 f_3(x) + 1{,}0930\, f_4(x) + 1{,}1902\, f_5(x) \quad (9)$$



	A	B	C	D	E	F	J	K
1		коэффициенты при неизвестных					интервал (359,400)	
2	c1	c2	c3	c4	c5	b расчетное	изменяемые ячейки	
3	95,15	7,2	33,5	3,62	6,31	359,00	c1=	3,4334
4	96,4	3,3	77,5	5,01	8,68	380,36	c2=	1,0973
5	96,8	3,8	87	5,16	9,15	386,67	c3=	0,3864
6	97,3	4,1	90	5,21	9,7	390,59	c4=	1,0930
7	96,9	3,8	110,2	5,17	9,83	396,80	c5=	1,1902
8	96,8	5,3	114,5	5,82	9,43	400,00		
9	96	5,2	104	5,68	8,81	392,19		

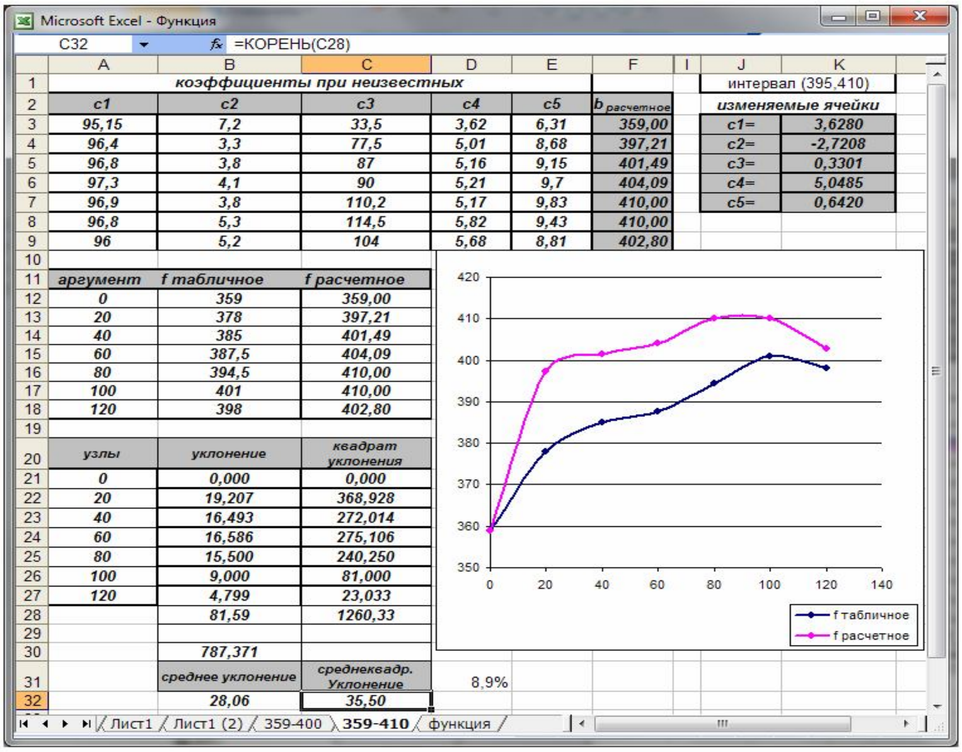
	A	B	C	D
11	аргумент	f табличное	f расчетное	
12	0	359	359,00	
13	20	378	380,36	
14	40	385	386,67	
15	60	387,5	390,59	
16	80	394,5	396,80	
17	100	401	400,00	
18	120	398	392,19	
20	узлы	уклонение	квадрат уклонения	
21	0	0,000	0,000	
22	20	2,356	5,549	
23	40	1,672	2,796	
24	60	3,087	9,528	
25	80	2,301	5,296	
26	100	-1,000	1,000	
27	120	-5,805	33,698	
28		2,61	57,87	
30		17,620		
31		среднее уклонение	среднеквадр. Уклонение	1,9%
32		4,20	7,61	

Рис. 15. Результати визначення оптимальних значень параметрів у модулі «Поиск решения»

Проведемо аналогічні розрахунки для випадку, коли у табл. 1 відомим у останній стрічці (f_6) є лише перше значення, яке відповідає аргументу x=0: $f_6(x_1)=359$, а інші значення цієї стрічки змінюються у інтервалі [359, 410]. Тоді система обмежень буде мати вигляд:

$$\begin{cases} 359 \le 95.15c_1 + 7.2c_2 + 33.5c_3 + 3.62c_4 + 6.31c_5 \le 410 \\ 359 \le 96.4c_1 + 3.3c_2 + 77.5c_3 + 5.01c_4 + 8.68c_5 \le 410 \\ 359 \le 96.8c_1 + 3.8c_2 + 87c_3 + 5.16c_4 + 9.15c_5 \le 410 \\ 359 \le 97.3c_1 + 4.1c_2 + 90c_3 + 5.21c_4 + 9.7c_5 \le 410 \\ 359 \le 96.9c_1 + 3.8c_2 + 110.2c_3 + 5.17c_4 + 9.83c_5 \le 410 \\ 359 \le 96.8c_1 + 5.3c_2 + 114.5c_3 + 5.82c_4 + 9.43c_5 \le 410 \\ 359 \le 96c_1 + 5.2c_2 + 104c_3 + 5.68c_4 + 8.81c_5 \le 410 \end{cases} \quad (10)$$

На скріншоті (рис. 16) наведено розрахункові значення функції f_6, параметри залежності c1…c6, графіки розрахункової та табличної залежності і значення середньоквадратичного відхилення; похибка апроксимації складає 8,9 %.



c1	c2	c3	c4	c5	b расчетное
95,15	7,2	33,5	3,62	6,31	359,00
96,4	3,3	77,5	5,01	8,68	397,21
96,8	3,8	87	5,16	9,15	401,49
97,3	4,1	90	5,21	9,7	404,09
96,9	3,8	110,2	5,17	9,83	410,00
96,8	5,3	114,5	5,82	9,43	410,00
96	5,2	104	5,68	8,81	402,80

аргумент	f табличное	f расчетное
0	359	359,00
20	378	397,21
40	385	401,49
60	387,5	404,09
80	394,5	410,00
100	401	410,00
120	398	402,80

узлы	уклонение	квадрат уклонения
0	0,000	0,000
20	19,207	368,928
40	16,493	272,014
60	16,586	275,106
80	15,500	240,250
100	9,000	81,000
120	4,799	23,033
	81,59	1260,33
	787,371	
	среднее уклонение	среднеквадр. Уклонение
	28,06	35,50

Рис. 16. Результати визначення оптимальних значень параметрів у модулі «Поиск решения» при зміненому інтервалі прогнозованої величини

У даному випадку оптимальне рішення має вигляд: c_1***=3,6280,*** c_2***=-2,7208,*** c_3***=0,3301,*** c_4***=5,0485,*** c_5***=0,6420,*** тобто функціональна залежність (1) виглядає наступним чином:

$$f_6 = 3{,}6280\, f_1(x) - 2{,}7208\, f_2(x) + 0{,}3301 f_3(x) + 5{,}0485\, f_4(x) + 0{,}6420\, f_5(x) \quad (11)$$

Результати розрахунку показують значне відхилення розрахункових значень функції з прогнозованими табличними значеннями. Звідси можна зробити висновок, що важливе значення при моделюванні поведінки складних систем і прогнозуванні їх властивостей має аналіз апріорної інформації про стан об’єкта та правильний вибір інтервалу зміни показників його характеристик.

Висновки. У роботі з використанням методів математичного програмування розроблено математичну модель для прогнозування властивостей гетерогенних композитних систем. На попередньому етапі для отримання апріорної інформації при досліджувану систему вибрано її основні властивості, які різнобічно характеризують об’єкт. Зазначимо, що досліджувані властивості є опосередковано взаємопов’язаними і містять інформацію про структуру системи, її фізико-механічні та теплофізичні властивості. На наступному етапі проведено серію експериментів і з використанням програмного середовища ***MS Excel 2003*** побудовано математичну залежність властивості системи у вигляді функції від інших відомих характеристик. На завершальному етапі перевірено адекватність моделі до експериментальних даних, наведено розрахункові значення шуканої функції, графіки розрахункової та табличної залежності і значення середньоквадратичного відхилення. При цьому похибка апроксимації складає 1,9 %.

Додатково встановлено умови, які визначають мінімум апріорної інформації, необхідної для здійснення самоорганізації моделі. У цьому випадку з широкої гами моделей за заданим набором зовнішніх критеріїв вибирають єдину модель з оптимальною складністю. Слід звернути увагу на необхідність апріорного вибору множини вхідних змінних, опорних функцій і закономірностей поступового ускладнення варіантів моделі. Важливим також є вибір критеріїв селекції відповідно до поставленого завдання моделювання.

Зазвичай такий відбір здійснюють на основі надійної апріорної інформації. Множина опорних (базисних) функцій, які використовують при прогнозуванні систем, є невеликою. Можна запропонувати широку гаму опорних функцій і вибрати ту, яка забезпечує мінімум критеріїв селекції моделі. На практиці часто використовують поліноміальні моделі алгебри, лінійні, нелінійні і диференціальні лінійні рівняння, які замінюють кінцево-різницевими аналогами. Лише у окремих випадках застосовують нелінійні різницеві рівняння.

У майбутньому авторами заплановано розробити математичну модель, яка дозволить прогнозувати властивості матеріалів з тою чи іншою вірогідністю.

1. Томашевський В.М. Моделювання систем / В.М.Томашевський.-К.:Вид-во "BHV", 2005. − С. 352.
2. Акаике Х. Развитие статистических методов.- В кн.: Современные методы идентификации систем.- М.: Мир, 1983. − С. 400.
3. Букетов А.В. Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів та систем: Посібник / А.В.Букетов. − Тернопіль: СМП "Тайп", 2009. − С. 260.
4. Копп В.Я. Моделирование автоматизированных линий / В.Я.Копп, Ю.Е.Обжерин, О.И. Песчанский. − Севастополь:СевГТУ, 2006. − С. 240.
5. Томашевський В.М. Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання / В.М.Томашевський. О.Г.Данова, О.О.Жолдаков. − К.: Корнійчук, 2001. − С. 267.
6. Стухляк П.Д. Епоксикомпозитні матеріали, модифіковані ультрафіолетовим опроміненням / П.Д.Стухляк, А.В.Букетов. − Тернопіль: Збруч.-2009. − С. 237.
7. Лунгу К.Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач / К.Н.Лунгу. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. − С. 128.
8. Грешилов А.А. Прикладные задачи математического программирования: Учебное пособие / А.А.Грешилов. − 2-е изд. - М.: Логос, 2006. − С. 288.
9. Карманов В. Г. Математическое программирование: Учеб. Пособие / В.Г.Карманов.-5-е изд., стереотип. − М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. − С. 264.