

метою перенесення на границю круга граничних умов Неймана і Робена з задовільною точністю.

Отримання глобальних розв'язків для областей складної геометричної форми має очевидні переваги при їх подальшому використанні порівняно з розв'язками, які отримують сітковими методами.

ЛІТЕРАТУРА

1. Driscoll, T. A., & Trefethen, L. N. (2002). Schwarz–Christoffel Mapping. Cambridge: Cambridge University Press.
2. Лаврентьев, М. А., & Шабат, Б. В. (1987) Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.
3. Денисов М.А. Математическое моделирование теплофизических процессов. ANSYS и CAE-проектирование. Екатеринбург: УрФУ, 2011. 149 с.

УДК 514.6

ПОБУДОВА ГАРМОНІЧНОГО БАЗИСУ КВАДРАТИЧНОГО ОКТАЕДРА

Мотайло А.П.

Херсонська державна морська академія

При розв'язанні еліптичних крайових задач методом скінченних елементів (МСЕ) збіжність наближеного розв'язку до точного є оптимальною (у сенсі мінімізації функціоналу енергії), якщо кожна з базисних функцій задовольняє однорідному диференціальному рівнянню, яке відповідає диференціальному рівнянню задачі [1]. Зокрема, при розв'язанні крайової задачі для рівняння Пуассона похибка буде мінімальною, якщо базисні функції задовольняють рівнянню Лапласа, тобто є гармонічними. Такою властивістю наділені базисні функції лінійних скінченних елементів (СЕ) на відміну від базисних функцій, які відповідають квадратичним СЕ. При цьому застосування СЕ вищих порядків, як правило, дозволяє отримати розв'язок крайової задачі заданого степеня точності при меншій кількості вихідних даних [2].

Задачу інтерполяції МСЕ на лінійному октаедрі розв'язано локально у роботах [3–5] та у ансамблі із лінійним тетраедром – у роботах [6–7]. Метою даної роботи є побудова гармонічного поліноміального базису квадратичного октаедра та дослідження його локальних інтерполяційних характеристик.

Базисні функції $N_i(x, y, z)$ октаедра, що відповідають вузлам K_i , які розташовані у його вершинах ($i = \overline{1,6}$) та серединах ребер ($i = \overline{7,18}$), будемо шукати у вигляді повного полінома p 'ятого степеня:

$$P = \sum_{|I| \leq 5} a_I x^{i_1} y^{i_2} z^{i_3}, \quad (1)$$

де $I = (i_1, i_2, i_3)$ – мультиіндекс, a_I – коефіцієнти полінома, які є розв'язками системи рівнянь:

$$\begin{cases} N_i = N_i(x, y, z) = P(K_j) = \delta_{ij}; (i, j = \overline{1, 18}); \\ \frac{\partial^2 N_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N_i}{\partial z^2} = 0; (i = \overline{1, 18}); \end{cases} \quad (2)$$

де δ_{ij} – символ Кронекера.

Результатом розв'язання системи рівнянь (2) є множина функцій $\{N_i(x, y, z)\}$ вигляду (1), яка містить 7 невизначених коефіцієнтів a_i . Застосування умови $\sum_{i=1}^{18} N_i(x, y, z) = 1$ дозволяє однозначно визначити коефіцієнти a_i . Тоді при $i = \{1, 7\}$ маємо:

$$N_1 = \frac{1}{918} \left(9 + 51x + 170x^2 + 480x^3 + 280x^4 - \right. \\ \left. - (85 + 612x + 840x^2)(y^2 + z^2) + 384y^2z^2 + 76(y^4 + z^4) \right); \quad (3)$$

$$N_7 = \frac{2}{459} \left(18 + 51x(1 - x^2 - 3y^2 + 6z^2) + 51z(1 + 6x^2 - 3y^2 - z^3) + \right. \\ \left. + 150y^2(x^2 + z^2) + 34(x^4 - y^4 + z^4) + 918x^3z + 462x^2z^2 - 2754xzy^2 \right). \quad (4)$$

Решту базисних функцій можна отримати з (3)–(4) шляхом афінних перетворень системи координат. Графіки поверхонь нульового рівня для функцій $N_1(x, y, z)$ та $N_7(x, y, z)$ представлені у табл. 1. Для побудованого базису квадратичного октаедра обчислені локальні характеристики: слід матриці жорсткості – 15.09; визначник матриці Грама – $1.23 \cdot 10^{-33}$, число обумовленості матриці Грама у нормі L_2 – 33.2.

Таблиця 1 – Поверхні нульового рівня базисних функцій квадратичного октаедра

$N_1(x, y, z) = 0$	$N_7(x, y, z) = 0$

ЛІТЕРАТУРА

1. Юлдашев О. И., Юлдашева М. Б. Гармонические базисные функции для конечных элементов высокого порядка аппроксимации. Научный отчет 2006-2007. С. 317–320. URL: http://lit-n.jinr.ru/Reports/SC_report_06-07/pdfall/p317.pdf (Last accessed: 18.07.19).
2. Смирнов В. В. Метод конечных элементов. URL: http://old.exponenta.ru/educat/systemat/smirnov/s_7.asp (дата звернення: 18.07.2019).

3. Grosso R., Greiner G. Hierarchical Meshes for Volume Data. *Computer Graphics International 1998: Proceeding of the Conference* (Washington, July 22–27, 1998). Washington, 1998. P. 761–771.
4. de Bruijn H. Numerical Method for 3D Ideal Flow. URL: <http://www.alternatievewiskunde.nl/jaar2010/octaeder.pdf> (Last accessed: 18.07.2019).
5. Мотайло А. П., Хомченко А. Н. Порівняльний аналіз базисів октаедра. *Новітні наукові досягнення — 2013: матеріали ІХ Міжнар. наук.-практ. конф. Серія: Математика* (Софія, 17—25 бер. 2013). Софія, 2013. Т. 21. Математика. Фізика. Сучасні інформаційні технології. С. 28–33.
6. Мотайло А. П., Хомченко А. Н. Интерполяция кусочно-линейными функциями на решетках тетраэдрально-октаэдральной структуры. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки*. Кам'янець-Поділ., 2013. Вип. 8. С. 139–151.
7. Мотайло А. П., Хомченко А. Н. Интерполяция несовместными функциями на решетках тетраэдрально-октаэдральной структуры. *Вестник Херсонского национального технического университета*. Херсон, 2012. №2(45). С. 245–249.

УДК 621.512: 62-762

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РОБОТИ УЩІЛЬНЕНЬ ШТОКІВ ПОРШНЕВИХ КОМПРЕСОРІВ

¹Начовний Ів.І., ²Начовний І.І., ²Павленко А.А., ²Кузяєв І.М., ²Дудка А.М.

¹НТУ «Дніпровська політехніка»,

²ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет»

До теперішнього часу широке використання в промисловості знаходять поршневі компресори, що пояснюється нескладністю конструкції, широким діапазоном за продуктивністю та тиском, здатність до ремонту тощо. Опитне виконання поршневих компресорів забезпечує подвоєння продуктивності циліндра компресора, тому такі схеми набули широкого використання. Але вони потребують крейцкопфної схеми механізму руху з використанням штока, яка викликає необхідність установлення ущільнювального пристрою в місці виходу штока з циліндра.

Методика розрахунку герметичності таких пристроїв у більшості випадків базується на спрощених моделях відносно зони контакту штока з ущільненням.

З метою удосконалення методики розрахунку на герметичність була поставлена задача дослідити характер зношування ущільнювальних елементів у промислових умовах з наступним врахуванням даних при прийнятті моделі.

Об'єктом дослідження були ущільнювальні елементи ступені компресора, в якій азотоводнева суміш стискається від тиску всмоктування 10 МПа до тиску нагнітання 20 МПа. Досліджувались ущільнювальні елементи трапецоїдального вигляду з бабіту Б83 та фенілону, наповненого графітом. Ущільнювальні елементи працюють за принципом самоущільнення. Час напрацювання становив 2160 годин.

Встановлено, що ущільнювальний елемент в процесі роботи зношується нерівномірно як по його довжині, так і по периметру. Спостерігається більше зношування з боку виходу газу і менше – з боку входу газу в зону контакту штока з ущільнювальним елементом. Це можна пояснити проникненням газу в зону контакту і, при прийнятті умови пружного контакту мікронерівностей штока та ущільнювального елемента, більшим відтисканням ущільнювального елемента від штока на вході і меншим на виході, бо напрям дії тиску в проміжку зони контакту співпадає з напрямом дії пружної сили на контактні мікронерівностей. Відповідно встановлюється більший контактний тиск